Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis I
Studiengang Network Computing
WS 2004/2005

8. Serie — Abgabe in der Übung am 10.12.2004

Die Übungsaufgaben findet man auch im Internet unter der Adresse
`http://www.mathe.tu-freiberg.de/~lyska/BNC-2004`

1. Man untersuche, ob die Zahlenfolgen (a_n) konvergent oder divergent sind. Für konvergente Zahlenfolgen ermittle man den Grenzwert:

   (a) $a_n = \dfrac{n^2-1}{2n^2+1}$

   (b) $a_n = (-3)^n$

   (c) $a_n = \dfrac{n^3-4n^2+1}{n^2-n+3}$

   (d) $a_n = \dfrac{\sin^2 n + 2\cos^3 n}{n}$

   (e) $a_n = 3^{-n}(3^n + (-3)^n)$

   (f) $a_n = \left(\dfrac{1-4\mathrm{i}}{5}\right)^n$

   (g) $a_n = \sqrt[3n]{n^2}$

   Z(h) $a_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n}$.

2. Man berechne die folgenden Grenzwerte, falls sie existieren:

   (a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2+\dfrac{1}{n}\right)^n$

   (b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{n}\right)^n$

   (c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{2n}$

   (d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(-1+\dfrac{2}{n}\right)^{2n}$

   (e) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2n}\right)^n$

   Z(f) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n^2}\right)^n$

3. Man untersuche durch Angabe eines Beweises oder eines Gegenbeispiels, welche der folgenden Aussagen wahr sind. Dabei sei $a_n \neq 0$ für alle n vorausgesetzt.

   (a) Falls $a_n \to +\infty$, so gilt $1/a_n \to 0$.

   (b) Falls $a_n \to 0$, so gilt $1/a_n \to +\infty$.

   (c) $a_n \to 0$ gilt genau dann, wenn $1/a_n \to \infty$.

   (d) Ist $a_n < 0$ und gilt $a_n \to 0$, so gilt $1/a_n \to -\infty$.